ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 20 ΜΑΪΟΥ 2016 - ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελ. 150

Α2. Σχολικό βιβλίο σελ. 87

Α3. Σχολικό βιβλίο σελ. 14

Α4. α) Σωστή

β) Λάθος

γ) Σωστή

δ) Σωστή

ε) Λάθος

ΘΕΜΑ Β

Β1. Για κάθε $x \in R$, $f'(x) = \left(\dfrac{x^3}{3} - \dfrac{5}{2}x^2 + 6x - 1\right)' = x^2 - 5x + 6$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \quad \text{ή} \quad x = 3.$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow x < 2 \quad \text{ή} \quad x > 3.$$

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3.$$

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_1 = 2$ με τιμή $f(2) = \dfrac{11}{3}$ και τοπικό ελάχιστο στο $x_2 = 3$ με τιμή $f(3) = \dfrac{7}{2}$.

Β2. Η εξίσωση της εφαπτομένης ε της C_f στο $A(0, f(0))$ είναι της μορφής $y = \lambda x + \beta$,

όπου $\lambda = f'(0) = 6$.

Άρα είναι $\varepsilon : y = 6x + \beta$.

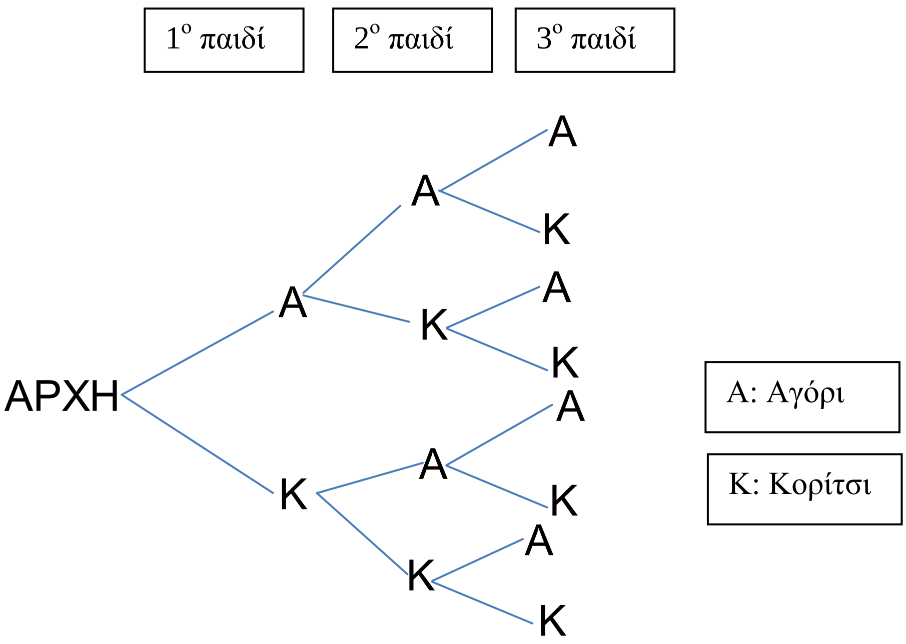
$A(0, -1) \in \varepsilon$ οπότε $-1 = 6 \cdot 0 + \beta \Rightarrow \beta = -1$.

Τελικά η εξίσωση είναι $y = 6x - 1$.

Β3. $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{f'(x) - 12}{x + 1} = \lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^2 - 5x + 6 - 12}{x + 1} = \lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^2 - 5x - 6}{x + 1} = \lim\limits_{x \to -1} \dfrac{(x+1)(x-6)}{x + 1} = \lim\limits_{x \to -1}(x - 6) = -7$.

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Γ1.



Από το δενδροδιάγραμμα προκύπτει ότι $\Omega = \{AAA, AAK, AKA, AKK, KAA, KAK, KKA, KKK\}$.

Γ2. $A = \{KAA, KAK, KKA, KKK\}$

$B = \{AKK, KAK, KKA, KKK\}$

$\Gamma = \{AAA, AAK, KKA, KKK\}$

Γ3. α) $\Delta = A \cap B = \{KAK, KKA, KKK\}$, άρα $P(\Delta) = \dfrac{N(\Delta)}{N(\Omega)} = \dfrac{3}{8}$.

$E = A \cup B = \{KAA, KAK, KKA, KKK, AKK\}$, άρα $P(E) = \dfrac{N(E)}{N(\Omega)} = \dfrac{5}{8}$.

$Z = \Gamma - E = \{AAA, AAK\}$, άρα $P(Z) = \dfrac{N(Z)}{N(\Omega)} = \dfrac{1}{4}$.

β) $P(H)=P[(A\cup B)']=1-P(A\cup B)=1-P(E)=1-\frac{5}{8}=\frac{3}{8}$**.**

$$P(\Theta)=P\left[(A-B)\cup(B-A)\right]\overset{A-B\ ,\ B-A}{\underset{\text{Ασυμβίβαστα}}{=}}P(A-B)+P(B-A)=P(A)-P(A\cap B)+P(B)-P(A\cap B)=$$

$$=P(A\cup B)-P(A\cap B)=P(E)-P(\Delta)=\frac{5}{8}-\frac{3}{8}=\frac{1}{4}.$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Εφόσον c το πλάτος της κλάσης, ο πίνακας διαμορφώνεται ως εξής:

Χρόνος (σε λεπτά)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα v_i
$[8,8+c)$		20
$[8+c,8+2c)$	14	15
$[8+2c,8+3c)$		10
$[8+3c,8+4c)$		v_4
Σύνολο		$v=....$

Είναι $x_2=\frac{8+c+8+2c}{2}\Rightarrow 2x_2=16+3c\Rightarrow 28=16+3c\Rightarrow 3c=12\Rightarrow c=4$.

Επομένως ο πίνακας γίνεται:

Χρόνος (σε λεπτά)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα v_i
$[8,12)$	10	20
$[12,16)$	14	15
$[16,20)$	18	10
$[20,24)$	22	v_4
Σύνολο		$v=....$

Δ2. Έχουμε $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{4} x_i v_i}{v} \Rightarrow 14 = \frac{10\cdot 20 + 14\cdot 15 + 18\cdot 10 + 22\cdot v_4}{20+15+10+v_4} \Rightarrow 14 = \frac{590+22v_4}{45+v_4} \Rightarrow$

$14(45+v_4) = 590+22v_4 \Rightarrow 630+14v_4 = 590+22v_4 \Rightarrow 40 = 8v_4 \Rightarrow v_4 = 5$.

Χρόνος (σε λεπτά)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα v_i
$[8,12)$	10	20
$[12,16)$	14	15
$[16,20)$	18	10
$[20,24)$	22	5
Σύνολο		50

Δ3. Οι παρατηρήσεις είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες και στην κλάση $[8,12)$ έχουμε 20 υπολογιστές.

Επομένως στο $[9,12)$ λεπτά έχουμε τα $\frac{3}{4}$ των υπολογιστών της αντίστοιχης κλάσης

δηλαδή $\frac{3}{4}\cdot 20 = 15$ υπολογιστές.

Συνεπώς $15+15+10+5=45$ υπολογιστές χρειάστηκαν τουλάχιστον 9 λεπτά.

Δ4.

Χρόνος (σε λεπτά)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα v_i	$(x_i-\bar{x})^2$	$(x_i-\bar{x})^2\cdot v_i$
$[8,12)$	10	20	16	320
$[12,16)$	14	15	0	0
$[16,20)$	18	10	16	160
$[20,24)$	22	5	64	320
Σύνολο		50		800

Είναι $s^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{4} (x_i - \bar{x})^2 \cdot \nu_i}{\nu} = \dfrac{800}{50} = 16$, άρα $s = 4$.

Οπότε $CV = \dfrac{s}{|\bar{x}|} \cdot 100\% = 28{,}57\% > 10\%$ που σημαίνει ότι το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

Δ5. Ο χρόνος κάθε υπολογιστή πολλαπλασιάζεται με $0{,}8$.

Για την νέα μέση τιμή και την νέα τυπική απόκλιση έχουμε:

$\bar{x}' = 0{,}8 \cdot \bar{x} = 0{,}8 \cdot 14 = 11{,}2$.

$s' = 0{,}8 \cdot 4 = 3{,}2$.

Έτσι, $CV' = \dfrac{s'}{|\bar{x}'|} \cdot 100\% = 28{,}57\% > 10\%$ που σημαίνει ότι το νέο δείγμα δεν είναι ομοιογενές.